

# ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

## ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2006

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή 5 cm.

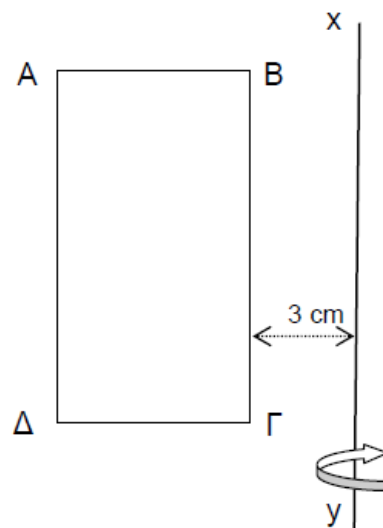
Να βρείτε τον όγκο ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 5 m, 4 m και 3 m.

Δίνεται κυλινδρικό ντεπόζιτο με εσωτερική ακτίνα βάσης 2 m και ύψος 4 m. Να βρείτε τη χωρητικότητά του.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κώνου με ακτίνα 3 cm και ύψος 4 cm.

Πίσινα σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου έχει βάση με διαστάσεις 25 m και 10 m. Το ύψος της είναι 3 m. Θα επενδύσουμε τα τοιχώματα και τον πυθμένα της με μονωτικό υλικό που στοιχίζει €15 το τετραγωνικό μέτρο. Πόσα θα στοιχίσει η μόνωση της πισίνας;

Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο με διαστάσεις  $AB = 4$  cm και  $AD = 10$  cm. Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xy$  που είναι παράλληλος προς την ΒΓ και απέχει 3 cm από αυτή. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



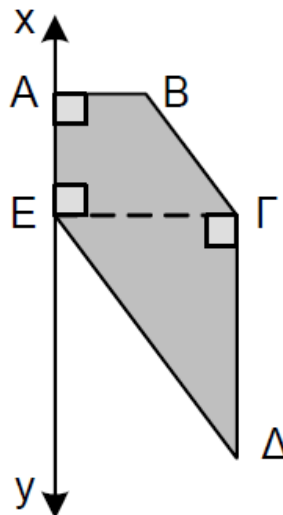
## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Να βρείτε τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου που έχει μήκος 7 cm, πλάτος 5 cm και ύψος 4 cm.

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Να υπολογίσετε τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 3 cm, 5 cm και 2 cm.

Στο διπλανό σχήμα  $AE=4$  cm,  $BΓ=5$  cm,  $ΓΔ=8$  cm,  $ΔΕ=10$  cm,  $\hat{E}ΓΔ=90^\circ$  και οι  $AB$ ,  $EΓ$  είναι κάθετες στον άξονα  $xy$ . Το σκιασμένο μέρος του σχήματος περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xy$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του παραγόμενου στερεού.



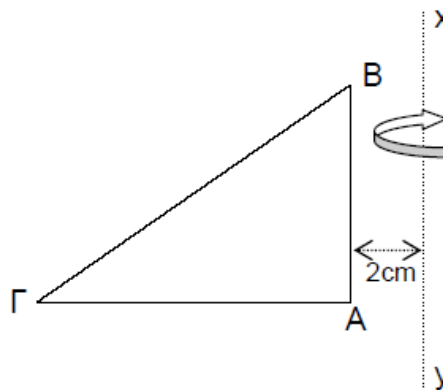
## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Να βρείτε τον όγκο ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με μήκος 6 m, πλάτος 3 m και ύψος 2 m.

Ένας κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης 5 cm και ύψος 20 cm. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας και τον όγκο του.

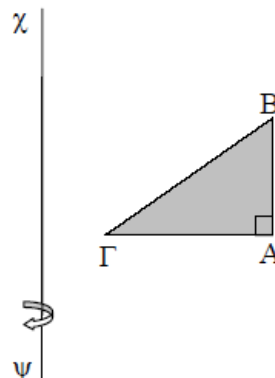
Ένα άρωμα πωλείται σε δύο διαφορετικές συσκευασίες στην ίδια τιμή. Η μια συσκευασία είναι σε μπουκάλι σχήματος κύβου με ακμή 4 cm και η άλλη σε μπουκάλι σχήματος κώνου με ακτίνα βάσης 3 cm και ύψος 7 cm. Ποιά συσκευασία μας συμφέρει να αγοράσουμε;

Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο τρίγωνο με  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 5$  cm και  $B\Gamma = 13$  cm. Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xy$ , που είναι παράλληλος προς την  $AB$  και απέχει 2 cm από αυτήν. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

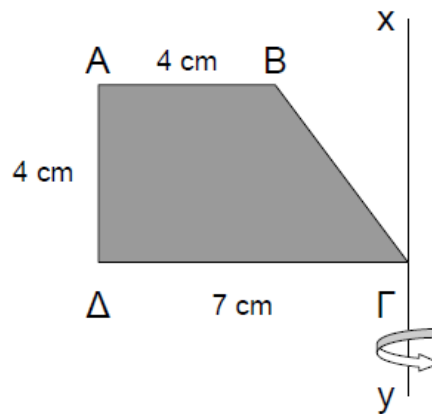
Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο τρίγωνο με  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 3$  cm και  $B\Gamma = 5$  cm. Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από άξονα  $xy$  που είναι παράλληλος προς την  $AB$  και απέχει 6 cm από αυτήν. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



# ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2008

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Ένα ορθογώνιο τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ ) με  $AB = 4\text{cm}$ ,  $A\Delta = 4\text{cm}$  και  $\Delta\Gamma = 7\text{cm}$  κάνει πλήρη στροφή γύρω από άξονα  $xy$  που περνά από την κορυφή  $\Gamma$  και είναι κάθετος στη  $\Delta\Gamma$ . Να βρείτε συναρτήσει του  $\pi$ , το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.

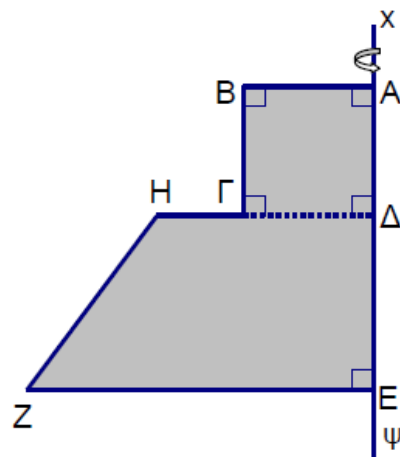


## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Κώνος έχει ακτίνα βάσης  $5\text{cm}$  και ύψος  $9\text{cm}$ . Να υπολογίσετε τον όγκο του.

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο με πλευρά  $3\text{cm}$  και το τετράπλευρο  $\Delta HZE$

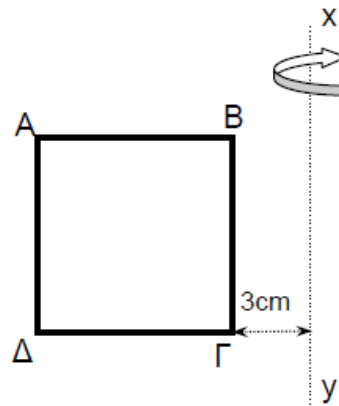
ορθογώνιο τραπέζιο ( $\hat{\Delta} = \hat{E} = 90^\circ$ ), με  $\Delta H = 5\text{cm}$ ,  $EZ = 8\text{cm}$  και  $HZ = 5\text{cm}$ . Το σκιασμένο μέρος του σχήματος περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $x\psi$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Κώνος έχει ακτίνα βάσης 5 cm και ύψος 12 cm. Να βρείτε:  
α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του και  
β) τον όγκο του.

Στο διπλανό σχήμα το  $ΑΒΓΔ$  είναι τετράγωνο με πλευρά 7 cm. Το τετράγωνο  $ΑΒΓΔ$  στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xy$  που είναι παράλληλος προς την  $ΒΓ$  και απέχει 3 cm από αυτή. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



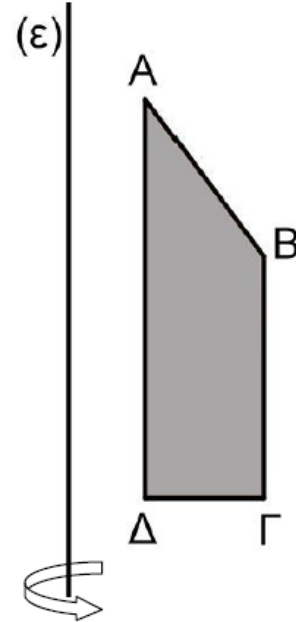
# ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ορθογώνιο τραπέζιο  $ΑΒΓΔ$  ( $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ ), με πλευρές  $ΑΔ = 12\text{ cm}$ ,  $ΒΓ = 8\text{ cm}$  και  $ΔΓ = 3\text{ cm}$ , περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία  $(\epsilon)$  που είναι παράλληλη προς την  $ΑΔ$  και απέχει  $2\text{ cm}$  από αυτή.

Να υπολογίσετε:

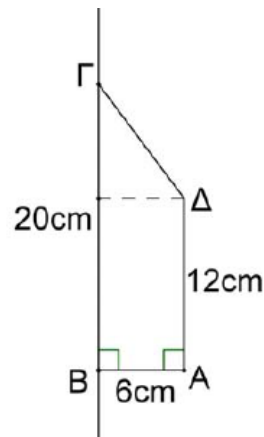
- το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας, και
- τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή.



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Ένας κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης  $4\text{ cm}$  και ύψος  $7\text{ cm}$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας και τον όγκο του.

Στο διπλανό σχήμα το  $ΑΒΓΔ$  είναι ορθογώνιο τραπέζιο ( $\hat{Α} = \hat{Β} = 90^\circ$ ) με  $ΑΔ = 12\text{ cm}$ ,  $ΒΓ = 20\text{ cm}$  και  $ΑΒ = 6\text{ cm}$ . Το τραπέζιο  $ΑΒΓΔ$  στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία  $ΒΓ$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



# ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

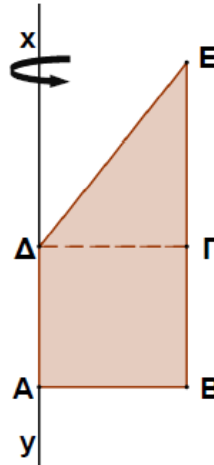
## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Στο διπλανό σχήμα το  $ΑΒΓΔ$  είναι τετράγωνο και το  $ΔΓΕ$  είναι ορθογώνιο τρίγωνο ( $\hat{\Gamma} = 90^\circ$ ).

Το σχήμα  $ΑΒΕΔ$  κάνει πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xy$ .

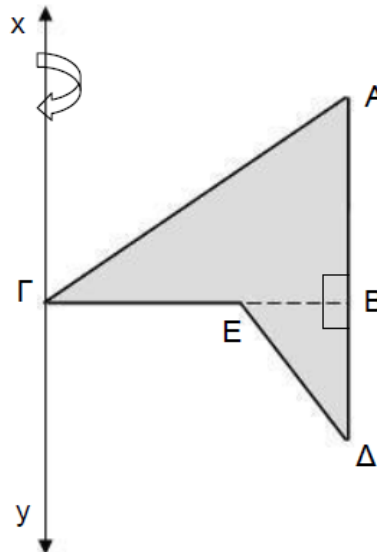
Αν  $ΑΒ = 5\text{cm}$  και  $ΓΕ = 12\text{cm}$ , να βρείτε:

- Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.
- Τον όγκο του στερεού που παράγεται.



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Στο διπλανό σχήμα δίνονται  $ΒΓ \perp ΑΔ$ ,  $ΑΒ = 6\text{cm}$ ,  $ΒΓ = 8\text{cm}$ ,  $ΒΕ = 3\text{cm}$  και  $ΕΔ = 5\text{cm}$ . Το σκιασμένο τετράπλευρο  $ΑΔΕΓ$  περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xy$  που περνά από το σημείο  $Γ$  και είναι παράλληλος προς την  $ΑΔ$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

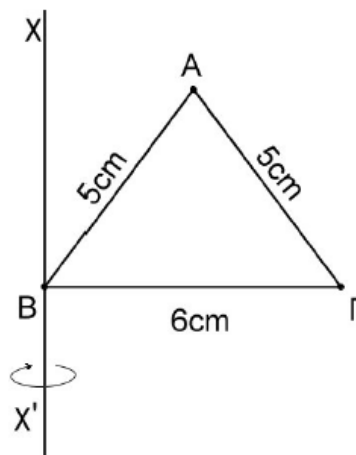
Κώνος έχει ακτίνα βάσης 6cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας  $60\pi\text{cm}^2$ . Να βρείτε τον όγκο του.

Να βρείτε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου που έχει ακτίνα βάσης 3cm και ύψος 7cm.

Ένα κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα βάσης 6cm και ύψος 21cm είναι γεμάτο κρασί. Θα σερβίρουμε το κρασί σε ποτήρια που έχουν σχήμα κολουρου κώνου με ακτίνα μεγάλης βάσης 4cm, ακτίνα μικρής βάσης 2cm και ύψος 6cm. Αν τα ποτήρια θα γεμίσουν με κρασί κατά το 75% της χωρητικότητας τους, να βρείτε πόσα τέτοια ποτήρια θα χρειαστούμε για να σερβίρουμε όλο το κρασί του δοχείου.

Στο πιο κάτω σχήμα το  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές τρίγωνο με  $AB = A\Gamma = 5\text{cm}$ ,  $B\Gamma = 6\text{cm}$  και  $B\Gamma \perp \chi\chi'$ . Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $\chi\chi'$ . Να υπολογίσετε:

- την ολική επιφάνεια του στερεού που παράγεται, και
- τον όγκο του.

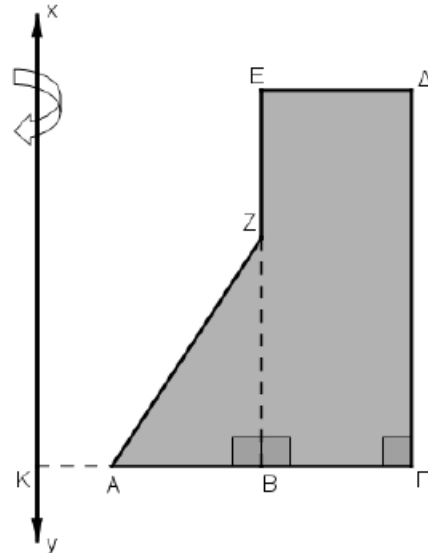




## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Κώνος έχει ακτίνα βάσης  $6\text{cm}$  και ύψος  $8\text{cm}$ . Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.

Στο διπλανό σχήμα δίνονται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $BΓΔΕ$ , ορθογώνιο τρίγωνο  $ΑΒΖ$  και  $ZB \perp AΓ$ , με  $ΑΒ = 3\text{cm}$ ,  $BΓ = 3\text{cm}$ , και  $BΖ = 4\text{cm}$ . Το σκιασμένο πεντάπλευρο  $ΑΓΔΕΖ$  περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xy$ , που είναι παράλληλος προς τη  $ΔΓ$  και απέχει απόσταση  $KΑ = 1\text{cm}$  από την κορυφή  $A$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

## 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

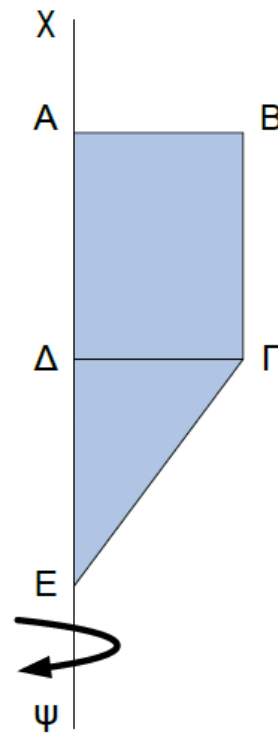
Στο διπλανό σχήμα το  $ΑΒΓΔ$  είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και το  $ΔΓΕ$  ορθογώνιο τρίγωνο ( $\hat{\Delta} = 90^\circ$ ).

Δίνονται  $ΑΒ = 6\text{ cm}$ ,  $ΒΓ = 8\text{ cm}$  και  $ΓΕ = 10\text{ cm}$ .

Το σχήμα  $ΑΒΓΕ$  κάνει πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $χψ$ .

Να βρείτε:

- (α) τον όγκο του στερεού που παράγεται, και
- (β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.



# ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

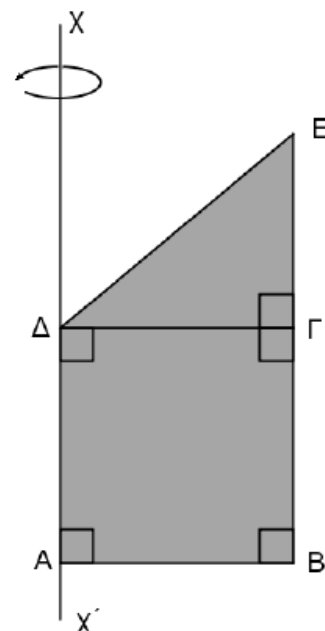
## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης 4 cm και ύψος 8 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.

Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας ενός κολουρου κώνου είναι  $143\pi \text{ cm}^2$  και οι ακτίνες των βάσεων του 3 cm και 8 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο του κολουρου κώνου.

Στο διπλανό σχήμα, το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο με  $AB = 4 \text{ cm}$  και το  $\Delta\Gamma E$  είναι ορθογώνιο τρίγωνο με  $\Gamma E = 3 \text{ cm}$ . Το σχήμα  $ABE\Delta$  περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $\chi\chi'$ . Να υπολογίσετε:

- το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας, και
- τον όγκο του στερεού που παράγεται.



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

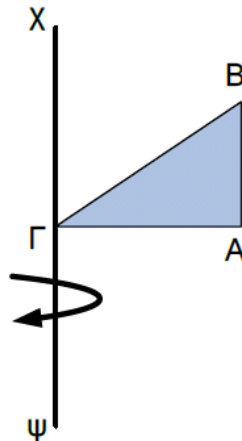
Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο τρίγωνο ( $\hat{A} = 90^\circ$ ),

$AB = 6\text{ cm}$  και  $A\Gamma = 8\text{ cm}$ .

Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  κάνει πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $\chi\psi$  που είναι παράλληλος προς την  $AB$  και περνά από την κορυφή  $\Gamma$ .

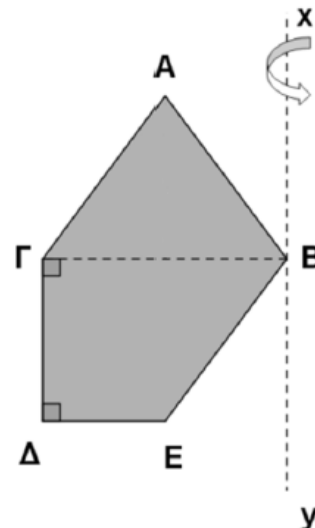
Να βρείτε:

- (α) Τον όγκο του στερεού που παράγεται.  
(β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $B\Gamma = 6\text{ cm}$  και  $AB = A\Gamma = 5\text{ cm}$ . Το  $BE\Delta\Gamma$  είναι ορθογώνιο τραπέζιο με βάσεις  $B\Gamma$  και  $\Delta E$ , ύψος  $\Gamma\Delta = 4\text{ cm}$  και πλευρά  $BE = 5\text{ cm}$ . Το σκιασμένο πολύγωνο  $ABE\Delta\Gamma$  περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xBy$  που είναι κάθετος στη  $B\Gamma$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Η ακτίνα της βάσης κώνου είναι 12 cm και η γενέτειρα του 13 cm .

Να βρείτε:

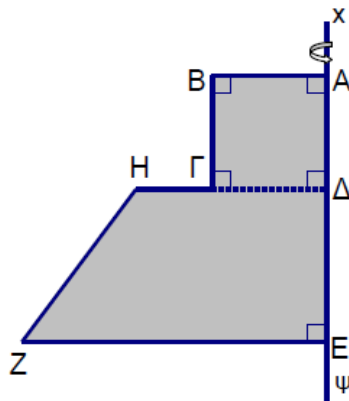
- το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του, και
- τον όγκο του.

Το εμβαδόν της βάσης κυλίνδρου είναι  $25\pi \text{ m}^2$  και το ύψος του 10 m.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο  $ΑΒΓΔ$  είναι τετράγωνο με πλευρά 3 cm και το τετράπλευρο  $ΔΗΖΕ$  ορθογώνιο τραπέζιο ( $\hat{Δ} = \hat{Ε} = 90^\circ$ ), με  $ΔΕ = 4 \text{ cm}$ ,  $ΕΖ = 8 \text{ cm}$  και  $ΗΓ = 2 \text{ cm}$ .

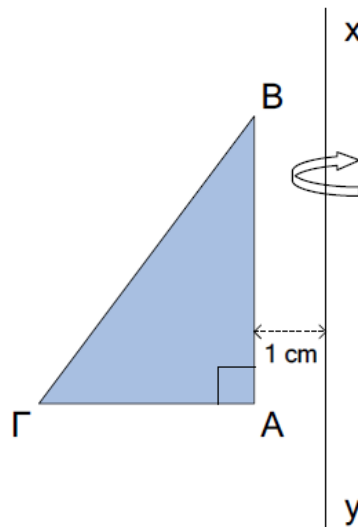
Το σκιασμένο σχήμα περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $χψ$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ορθογώνιο

τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A}=90^\circ$ ), με  $AB=4\text{ cm}$   
και  $B\Gamma=5\text{ cm}$ . Το τρίγωνο  $AB\Gamma$   
στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον  
άξονα  $xy$ , που είναι παράλληλος προς την  
πλευρά  $AB$  και απέχει  $1\text{ cm}$  από αυτή. Να  
υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής  
επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που  
παράγεται.

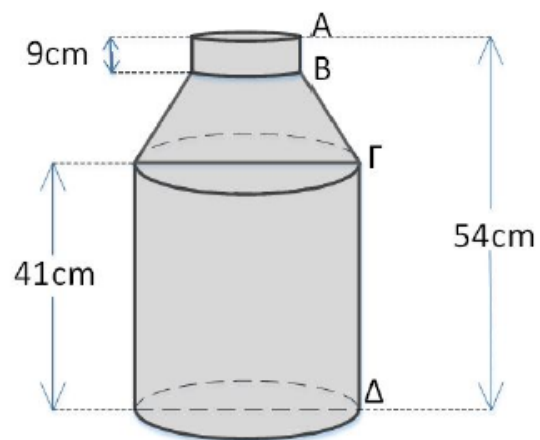


## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα  
ανοικτό δοχείο μεταφοράς γάλακτος  
που αποτελείται από δύο κυλινδρικά  
τμήματα και ένα κόλουρο κώνου. Το ύψος  
του δοχείου είναι  $54\text{ cm}$  και οι διάμετροι  
των βάσεων του κόλουρου κώνου είναι  $30\text{ cm}$   
και  $24\text{ cm}$ . Τα ευθύγραμμα τμήματα  
 $AB$  και  $\Gamma\Delta$  έχουν μήκη  $9\text{ cm}$  και  $41\text{ cm}$   
αντίστοιχα.

Να υπολογίσετε:

- το εμβαδόν της ολικής εξωτερικής  
επιφάνειας και
- τον όγκο του δοχείου.



Δίνεται κύλινδρος με ακτίνα βάσης  $5\text{ cm}$ . Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι  
τριπλάσιο της ακτίνας της βάσης του, να υπολογίσετε τον όγκο του  
κυλίνδρου.

# ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2014

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Δίνεται κώνος με γενέτειρα 13 cm και ακτίνα βάσης 5 cm.

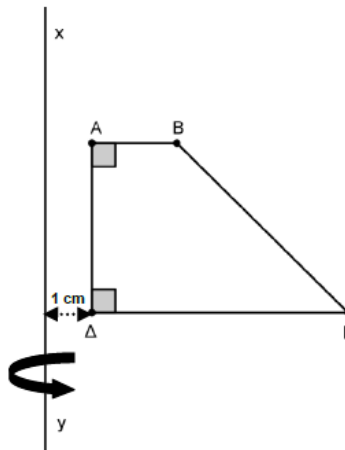
Να βρείτε:

- (α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του.
- (β) Τον όγκο του.

Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο τραπέζιο με  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{\Delta} = 90^\circ$ ,  $AB = 4$  cm,  $B\Gamma = 10$  cm και  $\Gamma\Delta = 10$  cm. Το τραπέζιο ΑΒΓΔ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xy$  που είναι παράλληλος προς την ΑΔ και απέχει 1 cm από αυτή.

Να βρείτε:

- (α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.
- (β) Τον όγκο του στερεού που παράγεται.



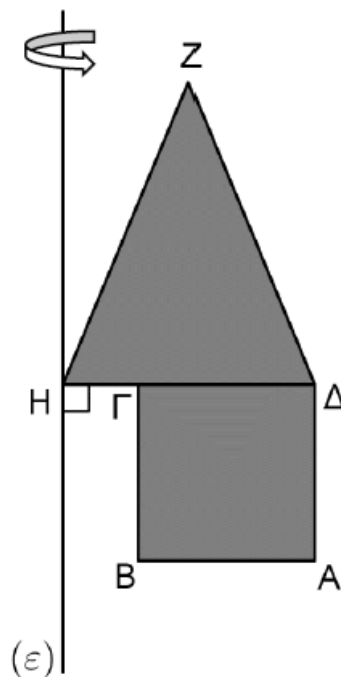
## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ένα δοχείο σε σχήμα κώνου που έχει ύψος 36 cm και ακτίνα βάσης 10 cm είναι γεμάτο με λάδι. Αδειάζουμε το περιεχόμενο του κώνου σε ένα κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα βάσης 15 cm και ύψος 5 cm. Να εξετάσετε αν θα υπερχειλίσει το κυλινδρικό δοχείο και να δικαιολογήσετε πλήρως με μαθηματικές πράξεις την απάντησή σας.

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $ZHD$  είναι ισοσκελές με  $ZH = ZD = 13 \text{ cm}$  και  $HD = 10 \text{ cm}$ . Το  $ABΓΔ$  είναι τετράγωνο πλευράς  $7 \text{ cm}$ . Το σκιασμένο πολύγωνο  $ZHΓBAΔ$  στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία  $(\varepsilon)$  που είναι κάθετη στην  $HD$ . Να υπολογίσετε:

- Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του παραγόμενου στερεού.
- Τον όγκο του παραγόμενου στερεού.





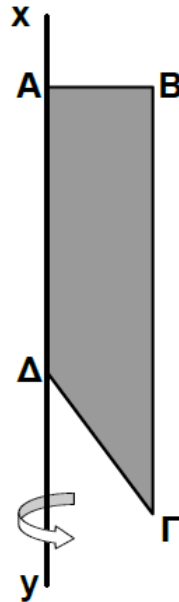
## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Στο διπλανό σχήμα το  $ΑΒΓΔ$  είναι ορθογώνιο τραπέζιο με  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 90^\circ$ ,  $ΑΒ = 3 \text{ cm}$ ,  $ΒΓ = 12 \text{ cm}$  και  $ΓΔ = 5 \text{ cm}$ .

Το ορθογώνιο τραπέζιο  $ΑΒΓΔ$  στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $xy$ .

Να βρείτε:

- Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.
- Τον όγκο του στερεού που παράγεται.



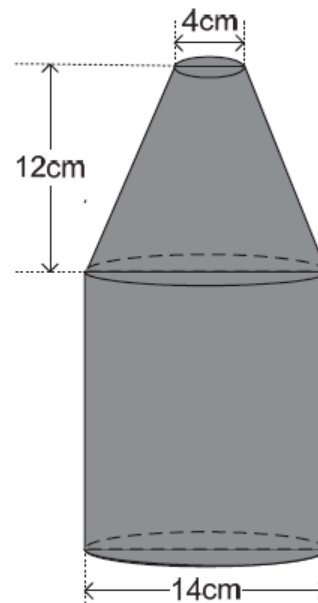
## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Η περίμετρος της βάσης κώνου είναι  $6\pi$  cm και η γενέτειρα του κώνου σχηματίζει με τη βάση του γωνία  $60^\circ$ . Να υπολογίσετε:

- (α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου.
- (β) Τον όγκο του κώνου.

Μια εταιρεία σχεδίασε μια κλειστή μεταλλική κατασκευή, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η κατασκευή αποτελείται από ένα κύλινδρο και ένα κόλουρο κώνο. Η μεγάλη βάση της κατασκευής έχει διάμετρο  $14$  cm, η μικρή βάση της έχει διάμετρο  $4$  cm και το ύψος του κόλουρου κώνου είναι  $12$  cm. Ο συνολικός όγκος της κατασκευής είναι  $1248\pi$  cm<sup>3</sup>.

- (α) Να δείξετε ότι το ύψος του κυλίνδρου είναι  $20$  cm.
- (β) Όλη η επιφάνεια της κατασκευής βάφεται με ειδική αντιοξειδωτική μπογιά, η οποία κοστίζει  $1$  σεντ ανά τετραγωνικό εκατοστόμετρο. Να υπολογίσετε πόσο θα κοστίσει το βάψιμο της κατασκευής.



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Κώνος έχει ακτίνα βάσης 5 cm και ύψος 12 cm.

Να βρείτε:

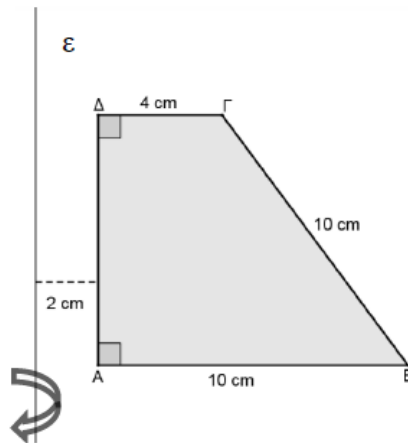
- (α) Το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.
- (β) Τον όγκο του κώνου.

Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ ) με  $AB = B\Gamma = 10$  cm και  $\Gamma\Delta = 4$  cm.

Το τραπέζιο στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από ευθεία ( $\epsilon$ ) που είναι παράλληλη προς την πλευρά  $A\Delta$  και απέχει από αυτήν απόσταση 2 cm.

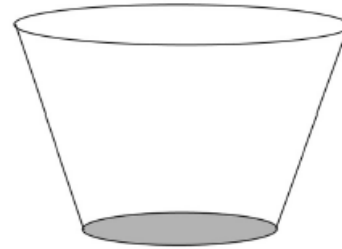
Να βρείτε:

- (α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.
- (β) Τον όγκο του στερεού που παράγεται.

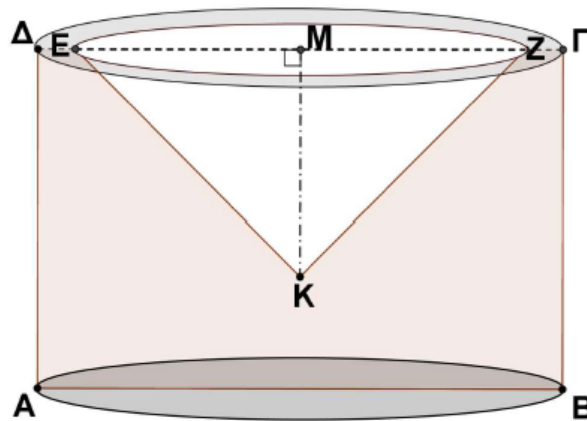


## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα ποτήρι σχήματος κώλου ύψους  $h = 10 \text{ cm}$  γεμάτο πλήρως με γάλα όγκου  $V = \frac{1120\pi}{3} \text{ cm}^3$ . Αν η ακτίνα της μιας βάσης του είναι διπλάσια από την ακτίνα της άλλης βάσης, να βρείτε το εμβαδόν της εξωτερικής επιφάνειας του ποτηριού. (Το πάχος του ποτηριού θεωρείται αμελητέο).



Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύλινδρος από τον οποίο έχει αφαιρεθεί ένας κώνος. Η διάμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι  $14 \text{ cm}$  και το ύψος του κυλίνδρου είναι  $9 \text{ cm}$ . Τα σημεία  $E$  και  $Z$  είναι σημεία της διαμέτρου  $\Gamma\Delta$  τέτοια ώστε  $\Delta E = \Gamma Z = 1 \text{ cm}$ . Το τρίγωνο  $EKZ$  είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Το  $KM$  είναι το ύψος του τριγώνου  $EKZ$ .



α) Να υπολογίσετε :

- i. Τον όγκο του στερεού.
- ii. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.

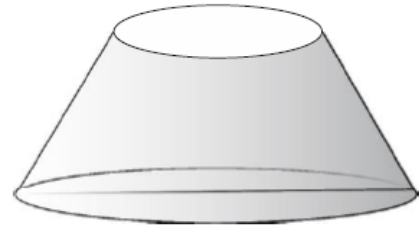
β) Αν γεμίσουμε με νερό το 25% του κώνου, να υπολογίσετε την απόσταση της στάθμης του νερού (σε ηρεμία) από το σημείο  $K$ .

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Ένα άρωμα πωλείται σε γυάλινο μπουκάλι σχήματος κώνου, ακτίνας  $3\text{ cm}$  και ύψους  $7\text{ cm}$ . Να υπολογίσετε τον όγκο του μπουκαλιού.

(Για την επίλυση της άσκησης, το πάχος του γυαλιού να θεωρηθεί αμελητέο)

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το κάλυμμα ενός φωτιστικού, σχήματος κόλουρου κώνου, του οποίου οι δύο βάσεις είναι ανοικτές. Οι ακτίνες των βάσεων του είναι  $5\text{ cm}$  και  $10\text{ cm}$  και το ύψος του  $12\text{ cm}$ . Να υπολογίσετε πόσα τετραγωνικά εκατοστά ύφασμα θα χρειαστούν για να καλυφθεί η εξωτερική επιφάνεια του καλύμματος.

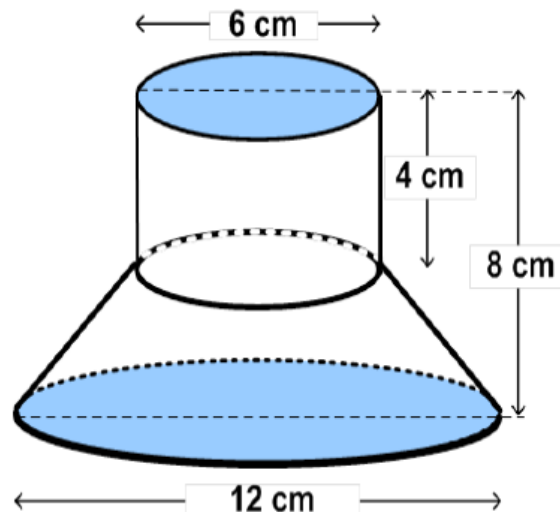


## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Σε ένα διαγωνισμό δημιουργικότητας και καινοτομίας, μια ομάδα μαθητών κατασκεύασε ένα κλειστό μεταλλικό δοχείο από λαμαρίνα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το δοχείο αποτελείται από ένα κύλινδρο και ένα κόλουρο κώνο.

Η μεγάλη βάση του δοχείου έχει διάμετρο  $12\text{ cm}$  και η μικρή βάση του έχει διάμετρο  $6\text{ cm}$ .

Το ύψος του δοχείου είναι  $8\text{ cm}$  και το ύψος του κυλίνδρου είναι  $4\text{ cm}$ .



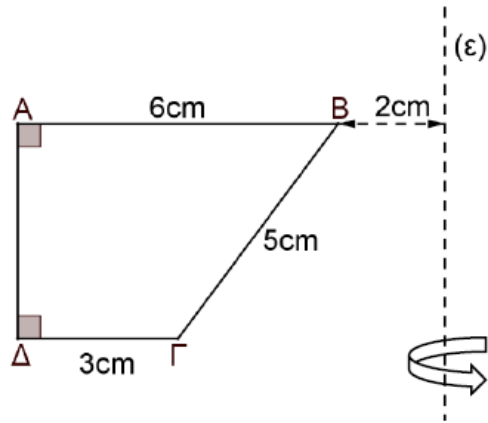
Να υπολογίσετε:

- (α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του δοχείου. **(4 μονάδες)**
- (β) Τον όγκο του δοχείου. **(4 μονάδες)**
- (γ) Το ποσοστό (%) της χωρητικότητας του κυλίνδρου ως προς τη συνολική χωρητικότητα του δοχείου. **(2 μονάδες)**

(Για την επίλυση της άσκησης, το πάχος της λαμαρίνας να θεωρηθεί αμελητέο)

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**  
**4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

Στο διπλανό σχήμα το  $ABΓΔ$  είναι ορθογώνιο τραπέζιο με  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{Δ} = 90^\circ$ ,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $ΒΓ = 5\text{cm}$ , και  $ΓΔ = 3\text{cm}$ . Το τραπέζιο  $ABΓΔ$  περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $(\epsilon)$  που είναι παράλληλος προς την  $AΔ$  και απέχει  $2\text{cm}$  από το σημείο  $B$ .



Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται

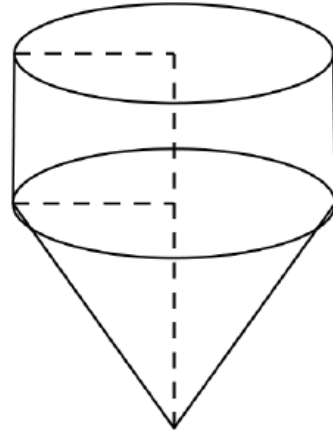
(6 μονάδες)

(β) τον όγκο του στερεού που παράγεται

(4 μονάδες)

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

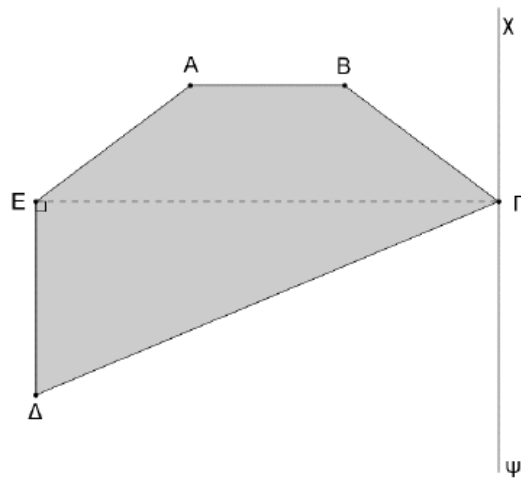
Μια εταιρεία θα κατασκευάσει με λαμαρίνα ένα σιλό για αποθήκευση σιτηρών όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για την κατασκευή θα χρησιμοποιηθούν ένας κώνος και ένας κύλινδρος με ανοικτές και ίσες βάσεις. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι ίσο με  $60\pi\text{m}^2$  και η γενέτειρα του είναι ίση με  $10\text{m}$ . Το ύψος του κυλίνδρου είναι ίσο με  $5\text{m}$ .



Να υπολογίσετε:

- Τον όγκο του σιλό.
  - Πόσα λίτρα βογιιάς θα χρειαστούμε για να βάψουμε την εξωτερική επιφάνεια της κατασκευής, αν με κάθε λίτρο βογιιάς μπορούμε να βάψουμε  $9,42\text{m}^2$  (Δίνεται  $\pi=3,14$ ).
- (Το πάχος της λαμαρίνας θεωρείται αμελητέο)

Στο διπλανό σχήμα δίνεται πολύγωνο ΑΒΓΔΕ. Το ΑΒΓΕ είναι ισοσκελές τραπέζιο με  $ΒΓ=ΑΕ=5\text{cm}$  και  $ΑΒ=4\text{cm}$ . Το ΓΔΕ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ( $\hat{E} = 90^\circ$ ) με  $ΓΕ=12\text{cm}$  και  $ΔΕ=5\text{cm}$ . Το σκιασμένο πολύγωνο ΑΒΓΔΕ περιστρέφεται ολόκληρη στροφή γύρω από τον άξονα χψ, που είναι παράλληλος προς την ΔΕ.



Να υπολογίσετε:

- Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του παραγόμενου στερεού.
- Τον όγκο του παραγόμενου στερεού.

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Η ακτίνα της βάσης ενός κώνου είναι 6 cm και το ύψος του είναι 8 cm.

Να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου  
(β) τον όγκο του κώνου

(3 μονάδες)  
(2 μονάδες)

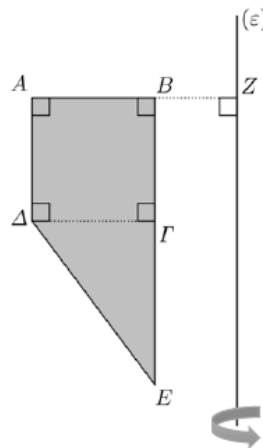
Το ύψος ενός κυλίνδρου είναι διπλάσιο από την ακτίνα της βάσης του. Αν ο όγκος του είναι  $54\pi \text{ cm}^3$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο με  $AB = 3 \text{ cm}$  και το  $\Delta GE$  είναι ορθογώνιο τρίγωνο με  $\hat{\Gamma} = 90^\circ$  και  $\Delta E = 5 \text{ cm}$ . Το τετράπλευρο  $ABE\Delta$  στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία  $(\varepsilon)$ , που είναι παράλληλη προς την  $BE$  και απέχει από αυτήν απόσταση  $BZ = 2 \text{ cm}$ .

Να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του παραγόμενου στερεού  
(β) τον όγκο του παραγόμενου στερεού

(5 μονάδες)  
(5 μονάδες)





## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ (50)

Δίνεται κύλινδρος με ακτίνα 3cm και ύψος 10cm. Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ( $E_{ολ}$ ) και

(β) τον όγκο ( $V$ ) του κυλίνδρου.

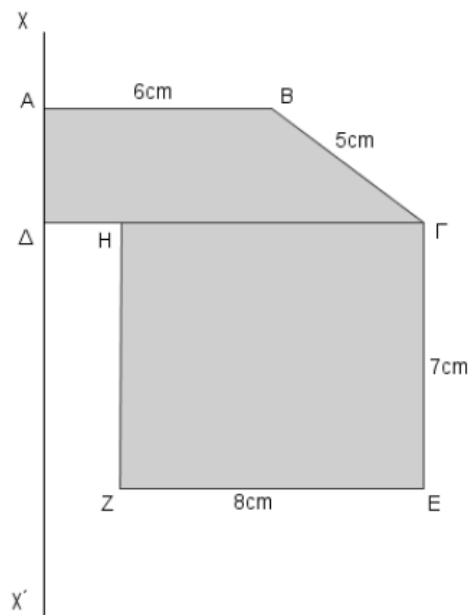
Ελαιοπαραγωγός αποθήκευσε το λάδι του σε **τρία (3)** κυλινδρικά δοχεία. Το κάθε δοχείο έχει ακτίνα βάσης 40cm και ύψος 120cm. Στη συνέχεια, για τις ανάγκες της αγοράς, συσκευάζει το λάδι σε μπουκάλια σχήματος κώνου με διάμετρο βάσης 8cm και ύψος 18cm. Αν τα τρία κυλινδρικά δοχεία είναι γεμάτα με λάδι, να υπολογίσετε πόσα μπουκάλια σχήματος κώνου μπορεί να γεμίσει πλήρως, αν χρησιμοποιήσει όλο το λάδι που διαθέτει χωρίς καμιά απώλεια λαδιού στη μεταφορά.

Στο διπλανό σχήμα το  $ABΓΔ$  είναι ορθογώνιο τραπέζιο ( $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ ) με  $AB=6\text{cm}$ ,  $\Gamma\Delta=10\text{cm}$  και  $B\Gamma=5\text{cm}$ . Το  $\Gamma EZH$  είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με  $\Gamma E=7\text{cm}$  και  $EZ=8\text{cm}$ . Το σχήμα  $AB\Gamma EZH\Delta$  στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $\chi\chi'$ .

Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ( $E_{ολ}$ ) και

(β) τον όγκο ( $V$ ), του στερεού που παράγεται.



# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

## 4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Δίνεται το σχήμα  $AB\Gamma\Delta E$  με  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 90^\circ$ ,  
 $\hat{\Gamma} = 90^\circ$ ,  $AB = 8\text{cm}$ ,  $B\Gamma = 6\text{cm}$ ,  
 $\Delta\Gamma = 4\text{cm}$ , και  $E\Delta = 5\text{cm}$ . Το σχήμα  $AB\Gamma\Delta E$   
περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την  
ευθεία  $(\varepsilon)$ , η οποία περνά από τα σημεία  
 $B$  και  $\Gamma$ .

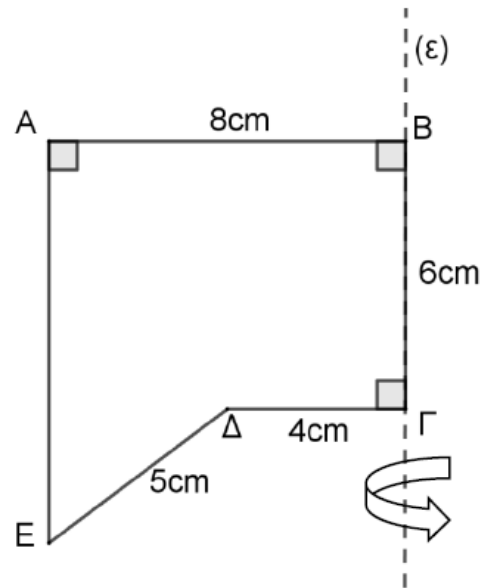
Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του  
στερεού που παράγεται

(5 μονάδες)

(β) τον όγκο του στερεού που παράγεται

(5 μονάδες)



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

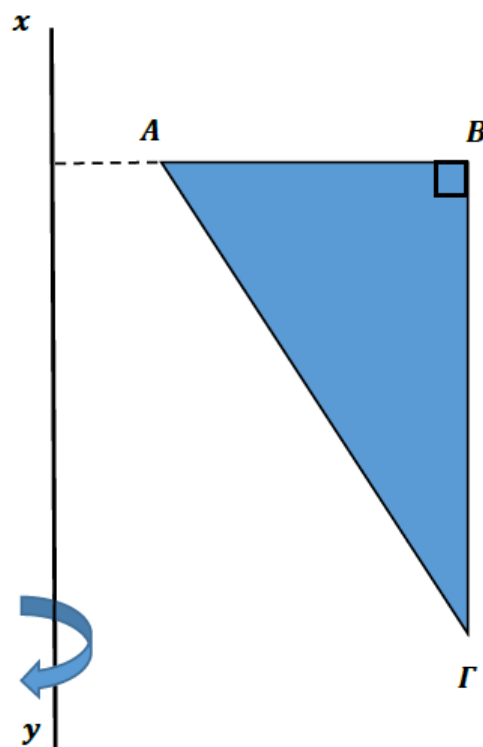
2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ (50)

Θέλουμε να κατασκευάσουμε μια κωνική σκηνή η οποία να έχει όγκο  $25\pi \text{ m}^3$ . Το ύψος της σκηνής θα είναι  $3\text{m}$ . Να υπολογίσετε τη διάμετρο της βάσης της σκηνής.

Μια εταιρεία κατασκευάζει κλειστά κυλινδρικά δοχεία τα οποία έχουν ύψος  $12\text{cm}$  και ακτίνα βάσης  $3\text{cm}$ . Το κόστος κατασκευής της βάσης είναι  $0,3$  σεντ το τετραγωνικό εκατοστό και το κόστος κατασκευής της κυρτής επιφάνειας είναι  $0,2$  σεντ το τετραγωνικό εκατοστό. Να υπολογίσετε το κόστος κατασκευής 1000 κυλινδρικών δοχείων.

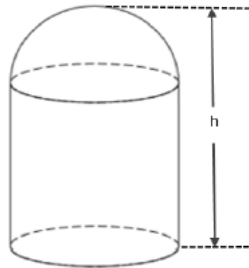
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο με  $\hat{B} = 90^\circ$ ,  $AB = 6\text{cm}$  και  $A\Gamma = 10\text{cm}$ . Η ευθεία  $(xy)$  απέχει  $2\text{cm}$  από την κορυφή  $A$  και είναι παράλληλη με την πλευρά  $B\Gamma$  του τριγώνου. Το τρίγωνο περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία  $(xy)$ . Να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται  
(6 μονάδες)
- (β) τον όγκο του στερεού που παράγεται.  
(4 μονάδες)



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ (43)

Στο πλαίσιο της ανοικοδόμησης του καθεδρικού ναού της Παναγίας των Παρισίων μετά την καταστροφική πυρκαγιά, πρόκειται να κατασκευαστεί καμπαναριό με όγκο  $792\pi m^3$ , όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Το καμπαναριό θα αποτελείται από ημισφαίριο και κύλινδρο ίσης ακτίνας. Αν το ύψος του κυλίνδρου θα είναι τριπλάσιο από την ακτίνα του, να υπολογίσετε το ύψος ( $h$ ) του καμπαναριού.



Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο  $AB\Gamma Z$ , με γωνίες  $BAZ = AZ\Gamma = 90^\circ$ ,  $B\Gamma Z = 45^\circ$ . Με κέντρο το  $A$  και ακτίνα  $AB = 3\text{cm}$ , γράφουμε τόξο  $BZ$  μέσα στο  $AB\Gamma Z$ . Το σημείο  $E$  βρίσκεται πάνω στην ευθεία  $AZ$  ( $xy$ ), έτσι ώστε το τρίγωνο  $ZME$  να είναι ορθογώνιο, με  $ZE = 4\text{cm}$  και  $M$  μέσο της  $Z\Gamma$ . Το σκιασμένο χωρίο ( $B\Gamma M E Z B$ ) στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία ( $AZ$ ).

Να υπολογίσετε:

- το εμβαδόν της επιφάνειας και
- τον όγκο του στερεού που παράγεται.

